

Ο νόμος ημιτόνων και ένας ακόμα τύπος για το εμβαδόν τριγώνου

Φύλλο Εργασίας

Υπενθυμίζουμε ότι στο GeoGebra αν θέλουμε να μορφοποιήσουμε ένα αντικείμενο το επιλέγουμε πρώτα με το βελάκι επιλογής και έπειτα, με δεξί κλικ διαλέγουμε τι θέλουμε να αλλάξουμε από το αναπτυσσόμενο μενού.

Δραστηριότητα 1^η (Ο ρόλος του περιγεγραμμένου κύκλου)



Ανοίξτε το αρχείο **sin_law.ggb**. Δείτε πως έχουμε σχεδιάσει ένα τρίγωνο ABΓ.



Δοκιμάστε να μετακινήσετε τις κορυφές του, για να διαπιστώσετε ότι το τρίγωνο είναι δυναμικό!



Τσεκάρετε το κουτάκι για την εμφάνιση του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου και του κέντρου του O.



Κατασκευάστε το μέσο της πλευράς α του τριγώνου και ονομάστε το M.



Κατασκευάστε το τρίγωνο BOM και απαντήστε στις ερωτήσεις (ίσως να χρειαστεί να κάνετε σχετικές μετρήσεις).

1. Ποιο είναι το είδος του τριγώνου BOM ως προς τις γωνίες του;

.....

2. Ποια σχέση έχει η γωνία \widehat{BOM} με τις γωνίες του τριγώνου ABΓ;

.....

3. Μπορείτε να αιτιολογήσετε την προηγούμενη σχέση;

.....

.....

4. Σκεφτείτε έναν τριγωνομετρικό αριθμό της γωνίας \widehat{BOM} που συνδέεται με την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου και την πλευρά α του τριγώνου ABΓ. Με ποια σχέση συνδέονται αυτά τα τρία;

.....

5. Ξαναγράψτε την προηγούμενη σχέση, όμως στη θέση της γωνίας \widehat{BOM} να βάλετε την γωνία του τριγώνου ABΓ που βρήκατε στο ερώτημα 2.

.....

Δραστηριότητα 2^η (Ο νόμος ημιτόνων)

Η προηγούμενη δραστηριότητα θα σας βοήθησε αρκετά για να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες:

$$\frac{a}{\eta\mu A} =$$

$$\frac{\beta}{\eta\mu B} =$$

$$\frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} =$$

Γράψτε το συμπέρασμά σας εδώ, γνωστό ως Νόμο Ημιτόνων:

ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ: Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι:

.....


Δραστηριότητα 3^η (αλγεβρικοί υπολογισμοί)

 Από το μενού επάνω, επιλέξτε Προβολή → Προβολή Λογιστικού Φύλλου
Τι έχουμε καταγράψει στις **στήλες Α και Β**;

Για να το βρείτε, κινήστε και πάλι τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ.

Στη στήλη Α έχουμε γράψει.....


Στη στήλη Β έχουμε γράψει.....

 Στη **στήλη C** να εμφανίσετε τα ημίτονα των γωνιών Α, Β και Γ γράφοντας με λατινικούς χαρακτήρες αντίστοιχα:

$$=\sin(B1)$$

$$=\sin(B2)$$

$$=\sin(B3)$$

 Στη **στήλη D** να εμφανίσετε τους λόγους α/ημΑ, β/ημΒ και γ/ημΓ γράφοντας με λατινικούς χαρακτήρες αντίστοιχα:

$$=A1/C1$$

$$=A2/C2$$

$$=A3/C3$$

Σχολιάστε σύντομα τις παρατηρήσεις σας στη **στήλη D**.....

.....

Δραστηριότητα 4^η (κι άλλος τύπος για το εμβαδόν τριγώνου)¹

Αξιοποιήστε τον Νόμο Ημιτόνων για να συνδέσετε το **εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ** με τις πλευρές του **α, β** και **γ** και την ακτίνα **R** του περιγεγραμμένου του κύκλου.

(Υπόδειξη: Αν ξεκινήσετε από τον «σωστό» τύπο για το εμβαδόν τριγώνου, η απόδειξη είναι 2-3 γραμμές)

¹ Όσοι τελειώσατε το φύλλο εργασίας, ανοίξτε το αρχείο **comparison.ggb** για να δείτε πόσο μεγάλος/μικρός είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος ενός τριγώνου σε σχέση με τον περιγεγραμμένο του.