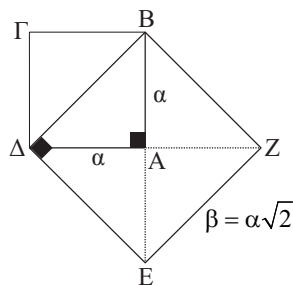


ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Ο «διπλασιασμός του τετραγώνου», δηλαδή η κατασκευή ενός τετραγώνου με εμβαδό διπλάσιο ενός άλλου δοθέντος τετραγώνου, μπορεί να γίνει με μια απλή «γεωμετρική» κατασκευή. Λέγοντας «γεωμετρική» κατασκευή εννοούμε κατασκευή με χάρακα και διαβήτη. Ωστόσο, η πλευρά β , του τετραγώνου με το διπλάσιο εμβαδό, δεν προκύπτει από την πλευρά α με πολλαπλασιασμό επί ρητού αριθμού. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει ευθύγραμμο τμήμα (ως μονάδα μέτρησης) με το οποίο μπορούμε να μετρήσουμε ακριβώς τα δυο αυτά τμήματα, πλευρά και διαγώνιο τετραγώνου.



Η απόδειξη της ύπαρξης άρρητων αριθμών θεωρείται μια από τις σπουδαιότερες ανακαλύψεις των Πυθαγορείων. (Πυθαγόρας: 6ος π.Χ. αιώνας).

Οι αρχαίοι Έλληνες είχαν μια βαθιά πίστη ότι πάντοτε δυο ευθύγραμμα τμήματα έχουν κοινό μέτρο. Γι' αυτό, στα πλαίσια της εποχής εκείνης, η ανακάλυψη αυτή των Πυθαγορείων δεν ήταν απλά και μόνο μια ενδιαφέρουσα μαθηματική πρόταση, αλλά σήμαινε την ανατροπή θεμελιωδών φιλοσοφικών αντιλήψεων για τον κόσμο και τη φύση.

Ήταν κεντρική αντίληψη των Πυθαγορείων ότι η ουσία κάθε όντος μπορεί να αναχθεί σε φυσικούς αριθμούς. Ο νεοπυθαγόρειος Φιλόλαος γύρω στα 450 π.Χ., έγραψε:

«Πραγματικά το καθετί που γνωρίζουμε έχει έναν αριθμό (δηλαδή φυσικό). Αλλιώς θα ήταν αδύνατο να το γνωρίσουμε και να το καταλάβουμε με τη λογική. Το ένα είναι η αρχή του παντός».

Η ανακάλυψη λοιπόν ότι υπάρχουν μεγέθη και μάλιστα απλά, όπως η υποτείνουσα τετραγώνου, τα οποία δεν μπορούν να εκφραστούν στα πλαίσια των φυσικών αριθμών, θεωρήθηκε αληθινή συμφορά για την πυθαγόρεια φιλοσοφία. Χαρακτηριστικοί είναι οι θρύλοι που περιβάλλουν το γεγονός αυτό. Κατά έναν από αυτούς, η ανακάλυψη της ύπαρξης των άρρητων αριθμών έγινε από τον πυθαγόρειο Ίπασσο, όταν αυτός και άλλοι Πυθαγόρειοι ταξίδευαν με πλοίο. Η αντίδραση των Πυθαγορείων ήταν να πνίξουν τον Ίπασσο και να συμφωνήσουν μεταξύ τους να μη διαδοθεί η ανακάλυψη προς τα έξω.

Η υπέρβαση των «δυσκολιών» που φέρνει στα Μαθηματικά η ύπαρξη άρρητων αριθμών, κατέστη δυνατή από τον Εύδοξο (360 π.Χ.) με την ιδιοφυή «θεωρία των Λόγων». Η απόδειξη για το ότι ένας συγκεκριμένος αριθμός είναι άρρητος είναι ένα πρόβλημα που απαιτεί πολλές φορές πολύπλοκους συλλογισμούς.