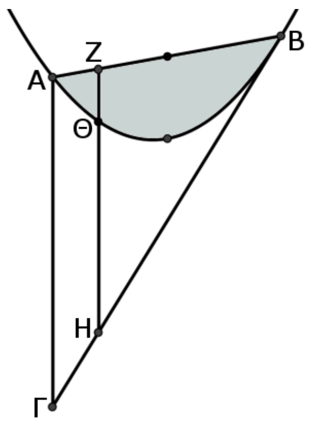
Η ευρετική μέθοδος του Αρχιμήδη

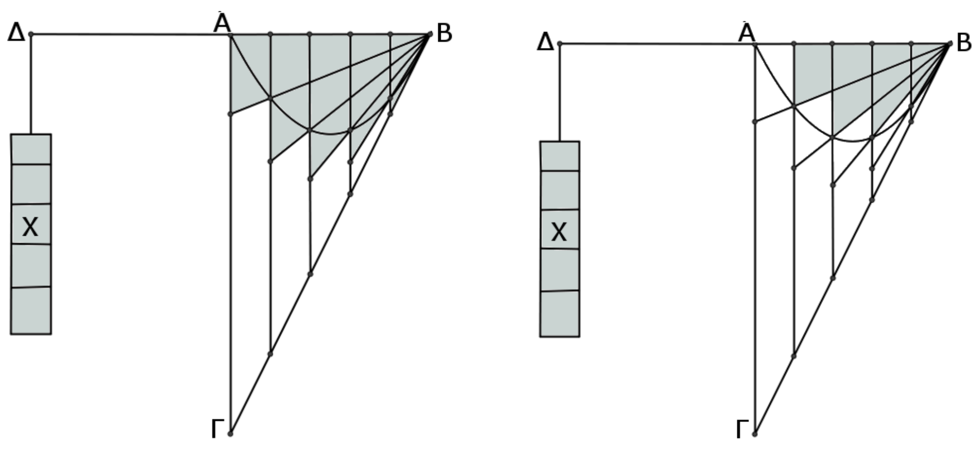
Μελετώντας το έργο του Αρχιμήδη στη Γεωμετρία, διαπιστώνουμε πως συχνά, πριν από την αυστηρή μαθηματική απόδειξη, ο Αρχιμήδης εκθέτει τους συλλογισμούς που τον οδήγησαν στη σύλληψη των θεωρημάτων του, την «ευρετική» του μέθοδο, όπως τους αποκαλεί. Στη μέθοδο αυτή θαυμάζουμε το πόσο τολμηρός υπήρξε. Τα άυλα γεωμετρικά σχήματα γίνονται αντικείμενα ποικίλων πειραματισμών σαν να είχαν υλική υπόσταση: κόβονται, αναδιατάσσονται, ζυγίζονται. Περιγράφουμε την «ευρετική» στο έργο του «τετραγωνισμός ορθού κώνου τομής» (τετραγωνισμός παραβολής) για να γίνει αυτό κατανοητό.



Το φραγμένο χωρίο που ορίζει η παραβολή και μια χορδή της (η ΑΒ) ονομάζεται παραβολικό τμήμα (το σκιαγραφημένο), και η χορδή καλείται βάση του. Αποδεικνύεται πως το τρίγωνο που ορίζεται από την βάση του παραβολικού τμήματος, την εφαπτομένη στο ένα άκρο της βάσης και την ευθεία που διέρχεται από το άλλο άκρο της βάσης η οποία είναι παράλληλη στον άξονα συμμετρίας (διάμετρο) της παραβολής (δηλαδή το ΑΒΓ), έχει εμβαδόν τριπλάσιο από το εμβαδόν του παραβολικού τμήματος. Η «ευρετική» περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

Αρχικά, χρησιμοποιώντας βασικές ιδιότητες της παραβολής, αποδεικνύει πως αν φέρουμε τυχαία ευθεία ΖΗ παράλληλη στην διάμετρο της παραβολής, η οποία τέμνει την παραβολή στο Θ, τότε ΖΘ/ΖΗ = ΑΖ/ΑΒ. Αυτή η αναλογία αποτελεί, υπό μια άλλη οπτική, μια σχέση ισορροπίας σε ζυγό. Η ζύγιση λοιπόν είναι το επόμενο βήμα.

Το τρίγωνο ΑΒΓ και μια άγνωστη επιφάνεια Χ ισορροπούν σε φάλαγγα ζυγού ΔΒ γύρω από το Α, που είναι και μέσο της (δηλαδή ΑΒ = ΑΔ). Οι νόμοι της ισορροπίας και η ιδιότητα της παραβολής που αναφέραμε προηγουμένως, οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η άγνωστη επιφάνεια Χ είναι μικρότερη από μια κάλυψη του παραβολικού τμήματος με τραπέζια (τα σκιαγραφημένα στο σχήμα αριστερά) και μεγαλύτερη από μια άλλη στρώση από τραπέζια στο εσωτερικό του παραβολικού τμήματος (τα σκιαγραφημένα στο σχήμα δεξιά). Το ερώτημα είναι, πόσο διαφέρουν μεταξύ τους οι δύο ομάδες τραπεζίων; Με έξυπνο τρόπο, δείχνει πως οι δύο ομάδες των τραπεζίων μπορούν να επιλεγούν έτσι ώστε η διαφορά τους να γίνει οσοδήποτε μικρή θελήσουμε. Συνεπώς, η άγνωστη επιφάνεια Χ έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του παραβολικού τμήματος. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη την θέση του κέντρου βάρους του τριγώνου ΑΒΓ, προκύπτει το ζητούμενο, δηλαδή πως το εμβαδόν του παραβολικού τμήματος είναι το 1/3 του εμβαδού του ΑΒΓ.



Ειρήνη Περυσινάκη