

Φύλλο εργασίας

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παραμέτρου α ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^2 + \alpha x + \alpha$ να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$.

ΜΕΡΟΣ Α': Διερεύνηση του προβλήματος, διατύπωση εικασίας

Δραστηριότητα 1.

Ανοίξτε ένα νέο αρχείο του λογισμικού Geogebra.

Δραστηριότητα 2.

Δημιουργήστε έναν δρομέα για την παράμετρο α , με εύρος μεταβολής από -10 μέχρι 10 και σχεδιάστε (με χρήση της κατάλληλης εντολής) τη γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης με τύπο $f(x) = x^2 + \alpha x + \alpha$.

Δραστηριότητα 3.

Μεταβάλετε το δρομέα, κατά συνεχή τρόπο, από -10 μέχρι 10 με βήμα 0.1. Τι παρατηρείτε ως προς το ζητούμενο του προβλήματος; Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

| α | Πλήθος κοινών σημείων της C_f με τον άξονα $x'x$ |
|----------|--|
| -10 | |
| -9 | |
| -8 | |
| -7 | |
| -6 | |
| -5 | |
| -4 | |
| -3 | |
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |
| 9 | |
| 10 | |

Με βάση τις παρατηρήσεις που κάνατε, ποια πιστεύετε ότι είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της παραμέτρου α , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$;

- μέγιστη τιμή του α =
- ελάχιστη τιμή του α =

Ειδικότερα, η γραφική παράσταση της συνάρτησης f έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$ όταν το α ανήκει στο σύνολο $A = \dots\dots\dots$

Δραστηριότητα 4.

Μήπως, αν αυξήσουμε το εύρος μεταβολής της παραμέτρου α , μπορεί να αλλάξει το σύνολο A ; Ποια είναι η γνώμη σας;

.....

.....

.....

ΜΕΡΟΣ Β': Απόδειξη της εικασίας και λύση του προβλήματος

Δραστηριότητα 5.

Διατυπώστε μια ικανή και αναγκαία (αλγεβρική) συνθήκη ώστε η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης δευτέρου βαθμού να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$:

.....

Χρησιμοποιήστε την παραπάνω συνθήκη προκειμένου να αποδείξετε ότι: αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^2 + \alpha x + \alpha$ έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$, τότε το α ανήκει στο σύνολο A που έχετε εικάσει προηγουμένως (δραστηριότητα 3).

Εργασία για το σπίτι

Άσκηση 1. Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παραμέτρου α ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^2 + \alpha x + 2\alpha$ να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$.

Άσκηση 2. Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παραμέτρου α ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \alpha x + 1$ να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$. (Προσοχή: η περίπτωση $\alpha = 0$ δεν εμπίπτει στη θεωρία του τριωνύμου)

Άσκηση 3. Δίδεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^2 + 2\alpha x + (\alpha^2 - 1)$. Να εξετάσετε κατά πόσο υπάρχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της παραμέτρου α ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να έχει ένα ή κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$.