ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ: Β2
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Δημήτρης Καλυκάκης
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Τετάρτη 27 Ιανουαρίου 2010
ΠΕΡΙΟΔΟΣ: 4η (10.55-11.40)
ΤΟΠΟΣ: Αίθουσα Μαθηματικών (1ος όροφος)

Οδηγός παρακολούθησης δειγματικής διδασκαλίας

(για τους επισκέπτες εκπαιδευτικούς κλάδου ΠΕ03)

Διδακτική ενότητα δειγματικής διδασκαλίας:
Διαίρεση πολυωνύμου με πρωτοβάθμιο πολυώνυμο της μορφής $x-\rho$

Το περιεχόμενο της διδακτικής αυτής ενότητας εκτείνεται στις σελίδες 67-69 του σχολικού βιβλίου (Άλγεβρα Β΄ Γενικού Λυκείου, Ανδρεαδάκη κ.ά., ΟΕΔΒ), ως δεύτερη υποπαράγραφος της παραγράφου 2.2 (Διαίρεση πολυωνύμων) του 2ου κεφαλαίου (Πολυώνυμα – Πολυωνυμικές εξισώσεις).

Α. Στατιστικά στοιχεία τμήματος

Αριθμός μαθητών: 19 (αγόρια: 11, κορίτσια: 8)
Κατανομή σε κατευθύνσεις: Θεωρητική 8, Θετική 8, Τεχνολογική 3
Μέσος όρος επίδοσης μαθητών (Α΄ τετραμήνου): 15,1
Κοινωνικοοικονομικό επίπεδο μαθητών: μεσαίο προς υψηλό.

Β. Διδακτική μεθοδολογία

Μορφή διδασκαλίας: Συνδυασμός παρουσίασης με ερωτηματικό διάλογο και καθοδηγούμενη αυτενέργεια.
Μέθοδος διδασκαλίας: Παραγωγική με στοιχεία επαγωγής.
Μέσα διδασκαλίας και μάθησης: Πίνακας, έγχρωμοι μαρκαδόροι, τετράδιο σημειώσεων μαθητή, τετράδιο ασκήσεων μαθητή, σχολικό βιβλίο, φυλλάδιο ασκήσεων για το σπίτι.

Γ. Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές, μετά την ολοκλήρωση της μελέτης της ενότητας «*Διαίρεση πολυωνύμου με $x-\rho$*», πρέπει να είναι σε θέση:

Πρώτα και κύρια να κατανοούν γιατί κάθε πολυώνυμο P(x) διαιρούμενο με $x-\rho$ παίρνει τη μορφή

$$P(x)=(x-\rho)\cdot\pi(x)+P(\rho)$$

και συνακολούθως να μπορούν με βάση αυτή τη ταυτότητα:

- να υπολογίζουν το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-\rho)$
- να διατυπώνουν και να αποδεικνύουν την ισοδυναμία:
$$P(\rho)=0 \Leftrightarrow P(x)=(x-\rho)\cdot\pi(x)$$
- να αποφασίζουν σε συγκεκριμένες περιπτώσεις κατά πόσο ένα πολυώνυμο έχει ή όχι παράγοντα της μορφής $x-\rho$, εφαρμόζοντας την παραπάνω ισοδυναμία.

Δ. Πορεία διδασκαλίας (σκιαγράφηση)

1. Έλεγχος-ανάκληση προηγούμενων γνώσεων και σύνδεση με το νέο μάθημα:
   - αριθμητική τιμή πολυωνύμου, ρίζα πολυωνύμου
   - ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης πολυωνύμων, η μοναδικότητα πηλίκου/υπολοίπου, βαθμός υπολοίπου,τέλεια διαίρεση,
   - πότε ένα πολυώνυμο Q(x) είναι παράγοντας ενός πολυωνύμου P(x)

2. Δημιουργία κινήτρων μάθησης:
Ερώτηση: Ποια εξίσωση θα προτιμούσατε να λύσετε την $x^3-2x^2-x+2=0$ ή την εξίσωση $(x-2)(x-1)(x+1)=0$;
Η ύπαρξη πρωτοβάθμιων παραγόντων της μορφής $x-\rho$ στα πολυώνυμα βοηθάει στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

3. Κατεύθυνση προσοχής μαθητών, παροχή οδηγιών για νέα μάθηση, εκτέλεση ενεργειών μαθητών, ενίσχυση και συγκράτηση των νέων στοιχείων:
Παίρνοντας αφορμή από ένα συγκεκριμένο παράδειγμα (Θέμα 1, δες παρακάτω), θα αποδείξουμε πρώτα την ταυτότητα

$$P(x)=(x-\rho)\cdot\pi(x)+P(\rho).$$

Στη συνέχεια, αφού παρουσιάσουμε μια εφαρμογή (Θέμα 2), θα συναγάγουμε την ισοδυναμία:

$$P(\rho)=0\Leftrightarrow P(x)=(x-\rho)\cdot\pi(x)$$

η σημασία της οποίας θα αναδειχθεί από την επεξεργασία επιλεγμένων παραδειγμάτων (Θέματα 3, 4, 5, 6). Το μάθημα θα κλείσει με μια ανακεφαλαίωση.

ΘΕΜΑ 1. Ας είναι $P(x)=x^3+x^2-x+2$ ένα πολυώνυμο.
α) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$.
β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου στο $x=2$, δηλαδή το $P(2)$.
γ) Τι σχέση παρατηρείτε πως έχει το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$ συγκρινόμενο με το $P(2)$;

ΘΕΜΑ 2. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $(6x^{30}-2x^{20}-4x^{10}+3):(x+1)$.

ΘΕΜΑ 3. Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντα της μορφής $x-\rho$
α) $P(x)=7x^4+x^2+9$
β) $Q(x)=x^2+x+1$.

ΘΕΜΑ 4. Να εξετάσετε εάν το x+2 είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)=x^3+x^2-x+2$.

ΘΕΜΑ 5. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου α, για τις οποίες το x-1 είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)=\alpha^2x^6+\alpha x^4-12$.

ΘΕΜΑ 6. Αν ν είναι ένας άρτιος θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι το x+y είναι παράγοντας του $x^{\nu} - y^{\nu}$.

Ε. Εργασία για το σπίτι

Ασκήσεις: 1(i) (ii), 2, 3, 6, 7 (ομάδα Α), σελίδα 72 του σχολικού βιβλίου, καθώς και η ακόλουθη άσκηση.

Άσκηση: Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - \beta x + 1$, με α και β ακέραιους αριθμούς. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει το -1 ως ρίζα και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-1)$ είναι ίσο με 6, τότε:

Α. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = -2$.

Β. Να βρείτε τις πραγματικές ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$.

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.

ΣΤ. Ύλη επόμενης διδακτικής περιόδου: Σχήμα Horner (Χόρνερ), σελ.69-71