



Να φύγει ο Ευκλείδης;

Σωτήρης Ζωιτσάκος
Βαρβάκειο Λύκειο



Εισαγωγικά

- Dieudonné: «Να φύγει ο Ευκλείδης».
- Douglas Quadling: «Ο Ευκλείδης έχει φύγει, αλλά στο κενό που άφησε πίσω του επικρατεί χάος».

(Θωμαΐδης & Πούλος 2000)



Ερωτήματα

- Γιατί η Γεωμετρία υπάρχει στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών;
- Γιατί η διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει υποβαθμιστεί;
- Υπάρχουν εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις της Ευκλείδειας Γεωμετρίας που μπορούν να συμβάλλουν στην εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών;



Ιδιαιτερότητες της Γεωμετρίας

- Η Γεωμετρία μελετά κυρίως αντικείμενα,
- Η Αριθμητική και η Άλγεβρα μελετά κυρίως διεργασίες πάνω σε αντικείμενα.
- *Αντιληπτό αντικείμενο (perceived object)*
δημιουργείται με βάση αντιληπτικές πληροφορίες και ενέργειες.
- *Κατανοηθέν αντικείμενο (conceived object)*
προκύπτει όταν το άτομο αναστοχάζεται πάνω σε αντιληπτικά δεδομένα και ενέργειες...

(Davis, Tall & Thomas 1997)



Εξέλιξη της κατανόησης του γεωμετρικού σχήματος

- Οπτικό αντικείμενο (visual object)
- Καθορισμένο αντικείμενο (object defined)
- Ορισμένο αντικείμενο (defined object)

(Tall 1994)



Σχέδια και Σχήματα

- Τα *σχέδια* (drawings) που αναφέρονται σε υλικές οντότητες.
- Τα *σχήματα* (figures) που αναφέρονται σε θεωρητικά αντικείμενα.

(Laborde 1993, Battista 2007)



Επίπεδα Van Hiele

- Επίπεδο 1: Οπτικό/Αναγνωριστικό (visual/recognition)
- Επίπεδο 2: Περιγραφικό/Αναλυτικό (descriptive/analysis)
- Επίπεδο 3: Αφηρημένο/Σχηματικό (abstract/relational)
- Επίπεδο 4: Τυπικό/Παραγωγικό (formal/deduction)
- Επίπεδο 5: Αυστηρότητα/Μεταμαθηματικό (rigor/metamathematic)



Ιδιότητες επιπέδων Van Hiele

- **Σταθερή αλληλουχία:** Ένας μαθητής βρίσκεται σε κάποιο επίπεδο van Hiele όταν έχει διέλθει από το προηγούμενο επίπεδο.
- **Διαδοχικότητα:** Το χαρακτηριστικό που ήταν σε λανθάνουσα κατάσταση στο προηγούμενο επίπεδο δηλώνεται στο επόμενο επίπεδο.
- **Διάκριση:** Κάθε επίπεδο έχει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα και το δικό του δίκτυο σχέσεων.
- **Διαχωρισμός:** Η επικοινωνία σε διαφορετικά επίπεδα δεν είναι εφικτή.



Έρευνες

- Η έρευνα του Usiskin περιελάμβανε περίπου 2700 μαθητές σε 13 επιλεγμένα σχολεία των ΗΠΑ.
- Το test αποτελείται από 5 ερωτήματα για καθένα από τα πέντε επίπεδα.



Ερευνητικά Αποτελέσματα

- Ελλείψεις ακόμη και σε στοιχειώδεις γνώσεις ορολογίας της γεωμετρίας και της μέτρησης.
- Τα επίπεδα van Hiele των περισσότερων μαθητών είναι υπερβολικά χαμηλά ώστε να επιτρέψουν επιτυχία στη γεωμετρική απόδειξη.
- Ο κυριότερος λόγος φαίνεται να είναι η έλλειψη γνώσης στην αρχή του έτους.

(Usiskin 1982)



Αποτελέσματα αντίστοιχων ερευνών στην Ελλάδα

*Η πλειονότητα των μαθητών της
δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης βρίσκονται
στο πρώτο και δεύτερο επίπεδο van Hiele.*

(Τζίφας 2005, Δημάκος & Νικολουδάκης 2008)



Χαρακτηριστικά αποτελέσματα

- Το 11% των μαθητών θεωρεί, ότι ένα ορθογώνιο είναι και τετράγωνο.
- Το 21% θεωρεί ότι ένα ισόπλευρο τρίγωνο δεν μπορεί να είναι ισοσκελές.
- Το ένα τρίτο των μαθητών δεν γνωρίζει ότι τα ισοσκελή τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες.
- Πάνω από το 50% δεν απαντά σωστά στις ερωτήσεις λογικών συλλογισμών.

(Τζίφας 2005)



Πλεονεκτήματα αξιωματικής προσέγγισης

- Είναι ένας αποδεκτός τρόπος με τον οποίο οι μαθηματικοί παρουσιάζουν λιτά τα ερευνητικά τους αποτελέσματα. (Davis & Hersh 1983)
- Δείχνει με σαφήνεια τις λογικές απαγωγικές σχέσεις μεταξύ των αξιωμάτων, των ορισμών και των θεωρημάτων. (Dieudonné 1973)
- Ικανοποιεί την απαίτηση για ξεκάθαρη και καλά οργανωμένη παρουσίαση της ύλης από το να δίνει έμφαση σε ακατάστατες μαθηματικές διεργασίες όπως η επίλυση προβλήματος, η γενίκευση και η διατύπωση εικασιών. (Hativa 1984)



Πλεονεκτήματα αξιωματικής προσέγγισης

- Προστατεύει από τη μαθηματική ανικανότητα, την άγνοια, την έλλειψη προετοιμασίας και αυτοπεποίθησης των καθηγητών.

(Dieudonné 1973, Davis & Hersh 1983)

- Ταιριάζει με τη φορμαλιστική άποψη και φιλοσοφία των μαθηματικών που θεωρούν τα μαθηματικά μόνο ως τυπικά παράγωγα προσεκτικά διατυπωμένων αξιωμάτων.

(Lakatos 1976, Hersh 1979)



Κριτική της αξιωματικής προσέγγισης στη διδασκαλία

- Αδυναμία κατανόησης του αξιωματικού πλέγματος από τους μαθητές (από πού προέρχονται, γιατί είναι ουσιαστικά κ.α.).
- Δημιουργείται στους μαθητές η εντύπωση ότι τα μαθηματικά απευθύνονται σε ιδιοφυΐες.
- Τα μαθηματικά παρουσιάζονται σαν ένα σύνολο από αιώνιες απόλυτες αλήθειες. Αντιπαραδείγματα, ανασκευές και κριτική δεν επιτρέπεται να εισαχθεί.

(Lakatos 1976)



Κριτική της αξιωματικής προσέγγισης στη διδασκαλία

- Οι αξιωματικές δομές και απαγωγικές αποδείξεις ανήκουν μετά το τρίτο επίπεδο van Hiele ενώ οι περισσότεροι μαθητές στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση βρίσκονται στα δυο πρώτα επίπεδα van Hiele ερμηνεύοντας έτσι το υλικό που τους παρουσιάζεται σαν άνευ νοήματος.



Ικανότητες από τη διδασκαλία της Γεωμετρίας

Η Γεωμετρία δεν είναι μόνο αποδείξεις.

(Hoffer 1981)

- ΟΠΤΙΚΕΣ
- ΛΕΚΤΙΚΕΣ
- ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΕΣ
- ΛΟΓΙΚΕΣ
- ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ



Στόχοι διδασκαλίας των μαθηματικών (ΑΠΣ Α' Λυκείου)

- Ενεργητική εμπλοκή των μαθητών στη διερεύνηση προβλημάτων.
- Διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών.
- Ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων και πολλαπλών αποδεικτικών προσεγγίσεων.
- Κατανόηση και ορθή χρήση της μαθηματικής γλώσσας, των συμβόλων και των αναπαραστάσεων των μαθηματικών αντικειμένων καθώς και η ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας.



Στόχοι διδασκαλίας των μαθηματικών (ΑΠΣ Α' Λυκείου)

- Εννοιολογικές συνδέσεις των μαθηματικών και άλλων γνωστικών περιοχών καθώς και εντός των μαθηματικών.
- Χρήση των μαθηματικών ως εργαλείο κατανόησης της φυσικής και κοινωνικής πραγματικότητας.
- Θεώρηση των μαθηματικών ως πολιτισμικό, ιστορικά εξελισσόμενο ανθρώπινο δημιούργημα.



Στόχοι διδασκαλίας των μαθηματικών (ΑΠΣ Α' Λυκείου)

- Ιδιαίτερα η Γεωμετρία είναι το πεδίο στο οποίο οι μαθητές μπορούν να προσεγγίσουν την ενιαία δομή και συνοχή των μαθηματικών.
- Η χρήση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας θεωρείται ότι μπορεί να συμβάλει τόσο στην διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών για την επίλυση προβλημάτων όσο και στην ανάπτυξη αποδεικτικών στρατηγικών.



Ευχαριστώ για την προσοχή σας