Η χρήση γεωμετρικών μετασχηματισμών με DGS, ως μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γεωμετρικών τόπων και κατασκευών

Ειρήνη Περυσινάκη
peririni@hotmail.com
Δρ. Πανεπιστημίου UCL
Επιμορφώτρια Β΄ Επιπέδου
Πειραματικό Λύκειο Ηρακλείου Κρήτης

Ελισάβετ Καλογερία
ekaloger@ppp.uoa.gr
Υποψ. Δρ. ΕΚΠΑ
Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας
3ο Γυμνάσιο Αργυρούπολης

Αξιοποίηση DGS στην αποδεικτική διαδικασία

Τάση αξιοποίησης εργαλείων DGS μέχρι τον σχηματισμό εικασίας

Τυπική απόδειξη: με χαρτί – μολύβι εκτός υπολογιστικού περιβάλλοντος.

Η δική μας εστίαση: εξεύρεση δραστηριοτήτων που επεκτείνουν τη χρήση DGS και σε άλλες φάσεις της αποδεικτικής διαδικασίας, με αξιοποίηση αντίστοιχων εργαλείων ή μεθόδων, όπως είναι η χρήση μετασχηματισμών.

Οι μετασχηματισμοί στα Π.Σ. των μαθηματικών

Α΄ Γυμνασίου: αξονική και κεντρική συμμετρία:

- ✓ χειραπτικές εργασίες δίπλωσης ή περιστροφής γεωμετρικών αντικειμένων
- ✓ κατασκευές συμμετρικών βασικών γεωμετρικών σχημάτων ως προς άξονα ή κέντρο συμμετρίας, με γεωμετρικά όργανα

Υπόλοιπες τάξεις Γυμνασίου:

- ✓ ελάχιστες αναφορές στη συμμετρία
- ✓ χρήση μεταφορών – συμμετριών σε γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Λύκειο: ανάλογη εικόνα:

- ✓ χρήση μεταφορών - συμμετριών σε γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων
- ✓ η συμμετρία: πολλές φορές το ζητούμενο ασκήσεων κυρίως γεωμετρίας
- ✓ παντελώς απουσιάζουν περιστροφή, ομοιοθεσία (δεν διδάσκεται).

Γεωμετρικές κατασκευές

- ***«Ανάλυση → Σύνθεση → Απόδειξη → Διερεύνηση»***
- **Η αναλυτικο-συνθετική μέθοδος:** σημαντική όχι μόνο για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, αλλά και για την ευρύτερη χρήση της, ως νοητικού εργαλείου.

Ωστόσο…

- **Στο Γυμνάσιο**: ελάχιστα προβλήματα γεωμετρικών κατασκευών χωρίς χρήση αναλυτικο-συνθετικής μεθόδου
- **Στο Λύκειο**: σπάνια χρήση της

Επιπλέον …

- ιδιαίτερα υποβαθμισμένη η διαδικασία κατασκευής σχημάτων στα προβλήματα γεωμετρίας των σχολικών βιβλίων (κυρίως γυμνασίου).

Δεν έχει ερευνηθεί ιδιαίτερα η συμβολή των DGS στην επίλυση προβλημάτων γεωμετρικών κατασκευών

Το σύρσιμο στα DGS

Δεν αποτελεί ‘εργαλείο’ κατασκευής, όμως οι τρόποι με τους οποίους ο μαθητής σύρει περιγράφουν μια εσωτερική διανοητική δομή του και σχετίζονται άμεσα με τη φάση επίλυσης ενός προβλήματος **(Arzarello et al, 2002)**

Είδη συρσίματος κατά Baccaglini - Frank & Mariotti (2010):

(1) ***Περιπλανητικό/τυχαίο σύρσιμο*** (wandering/random dragging): αναζητούνται ενδιαφέροντες σχηματισμοί η κανονικότητες.

(2) ***Σύρσιμο διατήρησης*** (maintaining dragging): ένα αντικείμενο σύρεται έτσι, ώστε το σχήμα να διατηρεί κάποια ιδιότητα που παρατηρήθηκε.

(3) ***Σύρσιμο με ενεργοποιημένο ίχνος*** (dragging with trace activated) σε ένα ή περισσότερα αντικείμενα: δημιουργία εικασίας.

(4) ***Σύρσιμο ελέγχου*** (dragging test): σύρονται βασικά σημεία, ώστε το σχήμα που κατασκευάσθηκε σε προηγούμενη φάση, να ελεγχθεί αν διατηρεί τις επιθυμητές ιδιότητες.

Τα είδη των κατασκευών σε DGS (Healy, 2000)

1. Ανθεκτικές (robust): έχουν συμπεριληφθεί με σωστό τρόπο οι ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων και μέσω συρσίματος ελέγχου διατηρούνται

2. Εύπλαστες (soft): δεν συμπεριλαμβάνουν όλες τις ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων, ή έχουν υλοποιηθεί 'οπτικά'

Το σύρσιμο δεν χρησιμοποιείται ως εργαλείο ελέγχου, αλλά αποτελεί μέρος της κατασκευής.

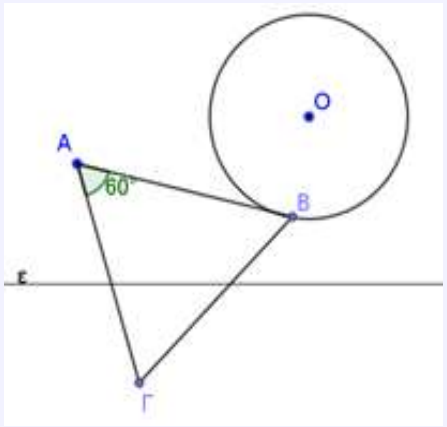
Μέχρι το 2000: οι 'ανθεκτικές' βασικό πλεονέκτημα των DGS
Σταδιακά, ανάδειξη:

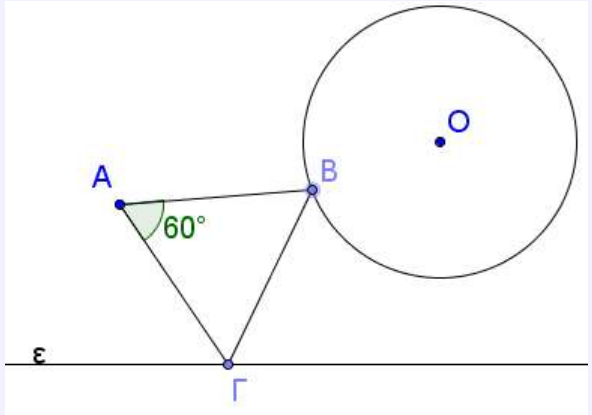
- της σημασίας των 'εύπλαστων',
- της συμπληρωματικότητάς τους με τις ανθεκτικές
- της ανάγκης διδακτικής τους αξιοποίησης.

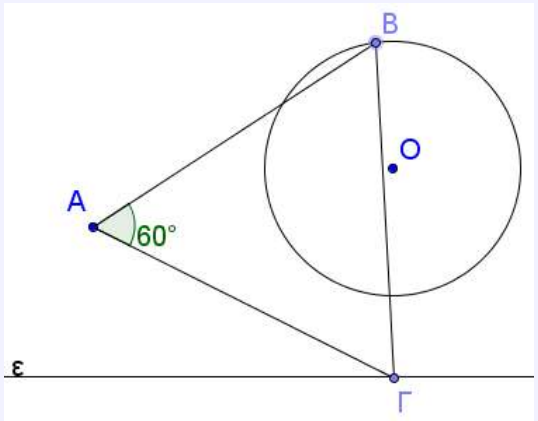
Γεωμετρικές κατασκευές και μετασχηματισμοί σε DGS: Μια δική μας πρόταση…

“Να κατασκευασθεί ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ, του οποίου η κορυφή Α είναι δοσμένο σημείο, η κορυφή Β ανήκει σε κύκλο (Ο, ρ) και η κορυφή Γ σε ευθεία ε”

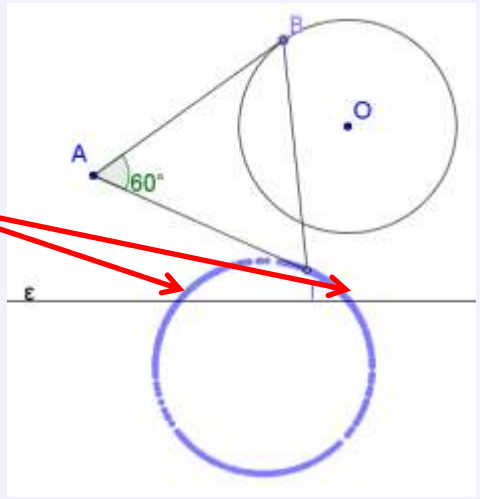
Επιθυμητή στρατηγική επίλυσης:
η ‘*παράλειψη της μιας από τις τρεις προϋποθέσεις*’ για την κατασκευή του ισοπλεύρου, (κατασκευή ‘εύπλαστου-ημιτελούς’ ισοπλεύρου, μεταβλητής πλευράς, του οποίου η μια κορυφή είναι το Α και η άλλη τυχαίο σημείο Β του κύκλου).



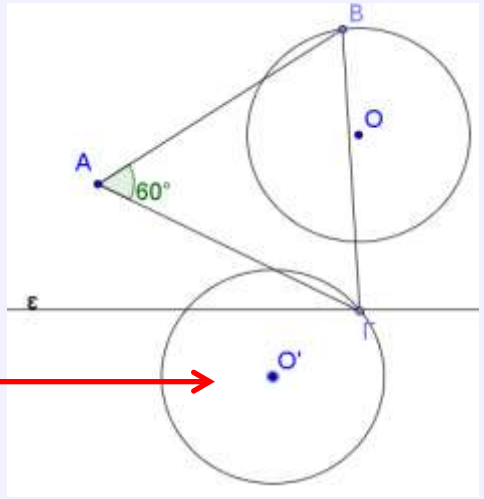




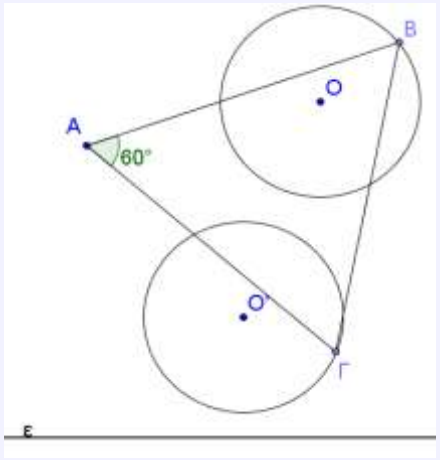
- Ενεργοποίηση του ίχνους του Γ, καθώς το Β κινείται πάνω στον κύκλο → το Γ κινείται πάνω σε κύκλο, οπτικά ίσο με τον (Ο, ρ). Η τομή αυτού του κύκλου με την ε, δίνει τις δυο θέσεις του Γ για τις οποίες πραγματοποιείται η κατασκευή.



- Προσδιορισμός του κέντρου Ο΄ του κύκλου αυτού: προκύπτει από την περιστροφή του Ο γύρω από το Α κατά 60ο.
- Επιβεβαίωση εικασίας με τα έτοιμα εργαλεία μετασχηματισμού των DGS.
- Εμφανής η σχέση των Α, Ο και Ο΄ για τη ‘σύνθεση’.

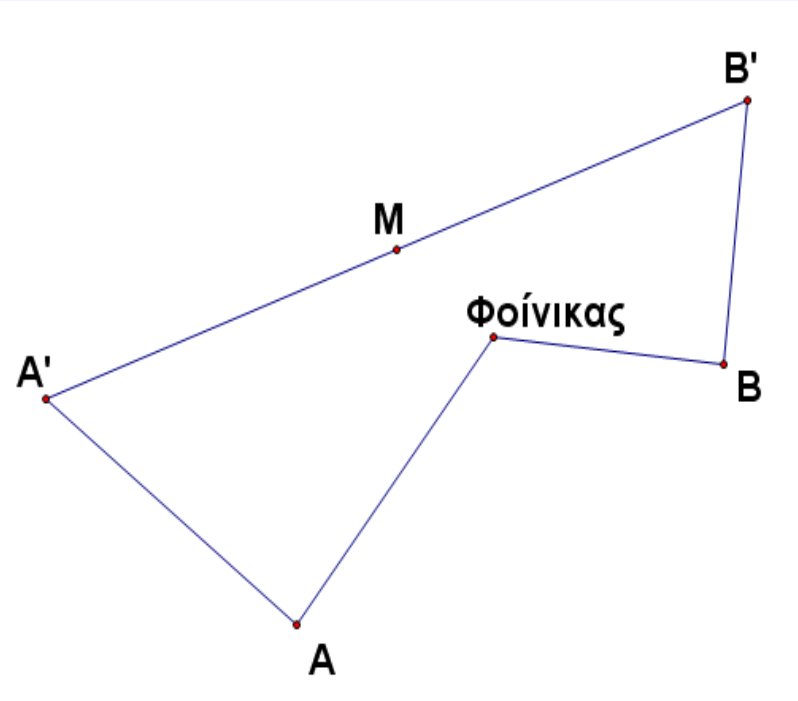


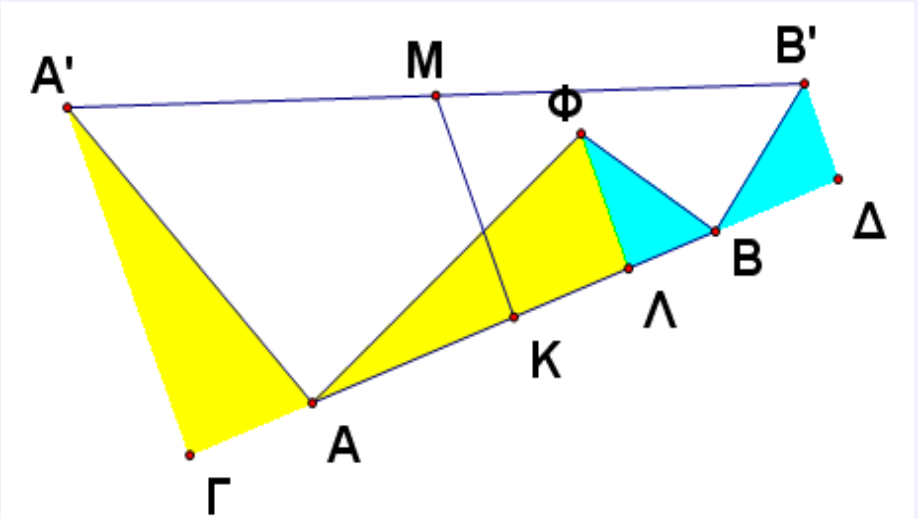
- Αναζητούνται οι συνθήκες επίλυσης του προβλήματος, μέσω διερεύνησης του δυναμικού σχήματος (αλλαγές θέσεων Α, ε και κύκλου).



Γεωμετρικοί τόποι…

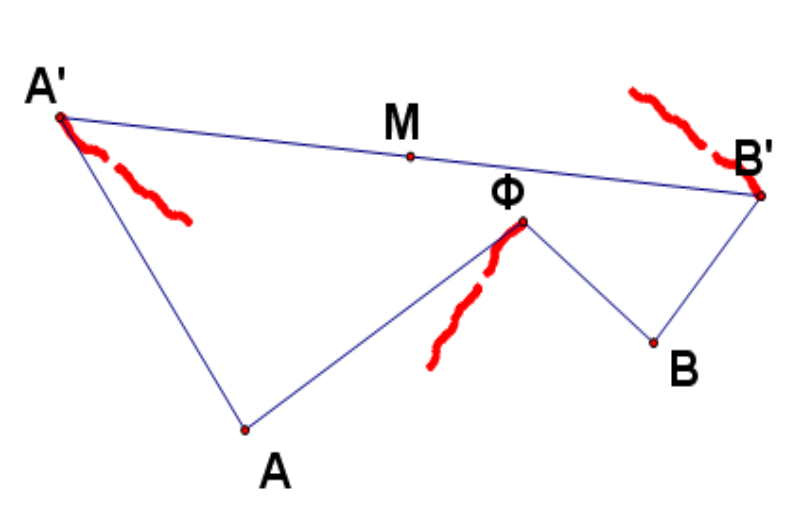
- Το πρόβλημα του κρυμμένου θησαυρού.
  - Εντυπωσιακό στην παρουσίασή του με DGS (η αλλαγή της θέσης του φοίνικα δεν μεταβάλει την θέση του Μ).
  - Καθόλου υποβοηθητικό το DGS στην επίλυσή του.

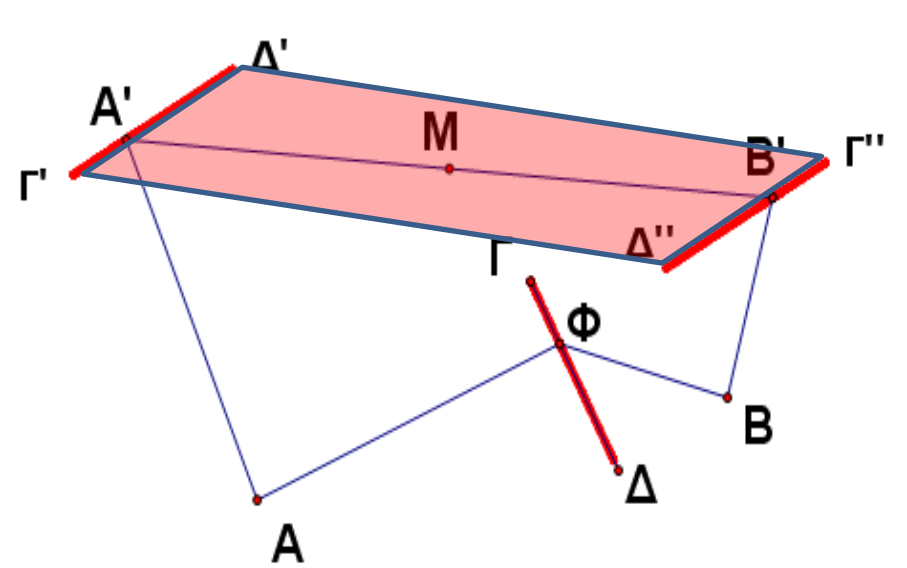




Γεωμετρικοί τόποι…

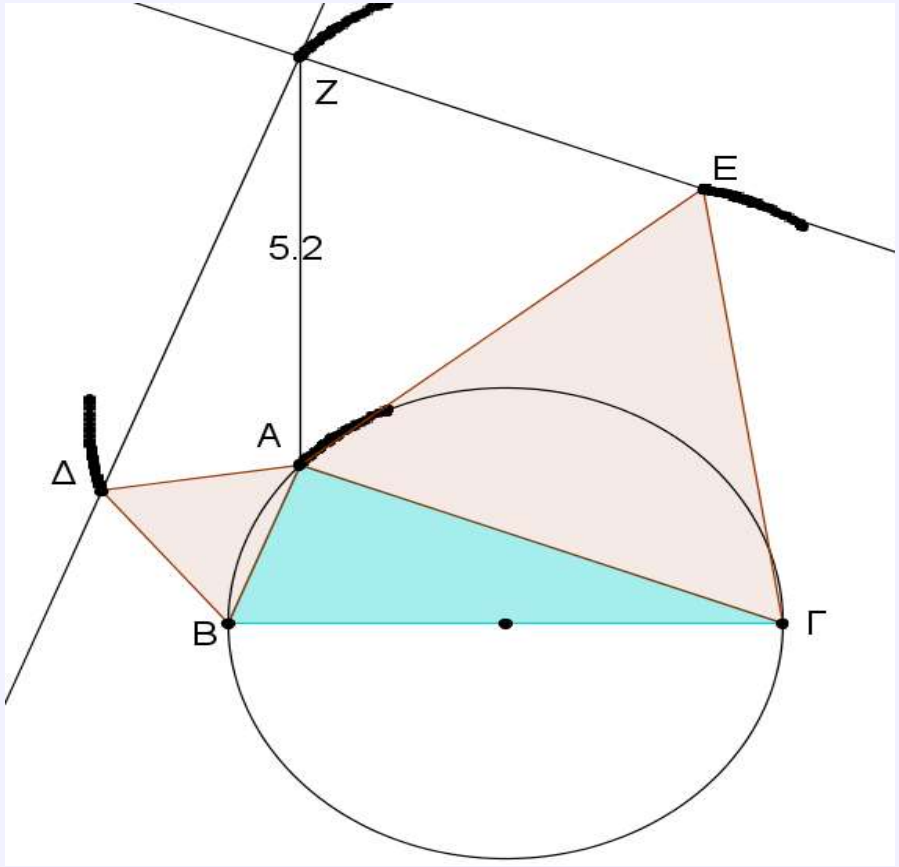
- Ο ρόλος του ίχνους στην ανάδειξη γεωμετρικών σχέσεων
  - Η συμμετρία των Α΄ και Β΄ ως προς το Μ.
  - Οι γραμμές των Α΄ και Β΄ ως στροφές των γραμμών του Φ κατά 90^o τη μια φορά αριστερόστροφα γύρω από το Α και την άλλη δεξιόστροφα γύρω από το Β.





Το Γ΄Δ΄Γ΄΄Δ΄΄ είναι παραλληλόγραμμο γιατί Γ΄Δ΄=//Γ΄΄Δ΄΄ καθώς και τα δύο είναι κάθετα στην ΓΔ. Άρα το Μ είναι το σταθερό κέντρο του παραλληλογράμμου.

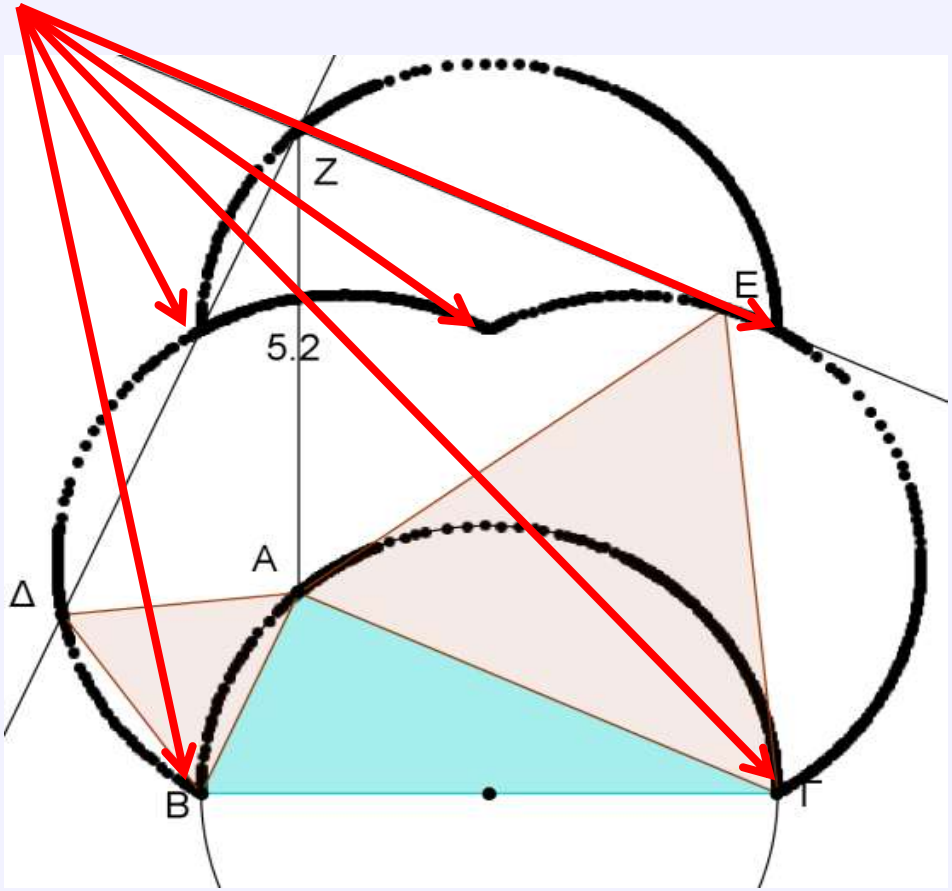
Γεωμετρικοί τόποι…



- Ένα πρόβλημα με ορθογώνιο τρίγωνο: Περιστροφή και μετατόπιση
  - Η κατασκευή: Περιστροφή του ΑΒ γύρω από το Β κατά 60^o αριστερόστροφα και περιστροφή του ΑΓ γύρω από το Γ κατά 60^o δεξιόστροφα. Η παράλληλη από το Δ στην ΑΒ και από το Ε στην ΑΓ τέμνονται στο Ζ.
  - Κατά τον δυναμικό χειρισμό, το τμήμα ΑΖ διατηρεί προσανατολισμό και μήκος. Πώς μπορούμε να το εξηγήσουμε αυτό;

Γεωμετρικοί τόποι…

- Τόξα που παράγονται ως περιστροφές ή μεταφορές του ημικυκλίου ΒΓ.
- Τα σημεία τομής των τόξων είναι και τα σταθερά σημεία του δυναμικού σχήματος.



Συζήτηση

- ✓ Με το σύρσιμο: αξιοποίηση της περιστροφής για την επίλυση προβλημάτων γεωμετρικών κατασκευών.
- ✓ Η στρατηγική της '*κατασκευής με παράλειψη προϋποθέσεων*', δημιουργεί '*εύπλαστα*' σχήματα, η κίνηση των οποίων σταδιακά '*συμπληρώνει τις παραλήψεις*' και υποστηρίζει ισχυρά τη διαδικασία της 'ανάλυσης', συγκεντρώνοντας τα απαραίτητα στοιχεία για τη φάση της 'σύνθεσης'.

Νέα γεωμετρία ως προς το περιεχόμενο και τις στρατηγικές υποστηρικτική σε μεθόδους της ευκλείδειας γεωμετρίας, όπως την αναλυτικο-συνθετική, που αποτελεί εργαλείο για την ανθρώπινη σκέψη.