

Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Ηρακλείου  
 4ο Τεστ στις Συναρτήσεις  
 Δευτέρα, 26 Νοεμβρίου 2012

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (i) Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^\nu} = +\infty$ ,  $\nu \in \mathbb{N}^*$ .
- (ii) Εάν οι συναρτήσεις είναι ορισμένες σε κατάλληλα σύνολα και δεν καταλήγουμε σε απροσδιόριστη μορφή τότε για τα όρια στο  $+\infty$  και  $-\infty$  ισχύουν οι γνωστές ιδιότητες των ορίων στο  $x_0$ .
- (iii) Εάν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .
- (iv) Εάν η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  και υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- (v)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_\alpha x = -\infty$ , όταν  $\alpha > 1$ .
- (vi) Εάν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  τότε υπάρχει περιοχή κοντά στο  $x_0$  ώστε  $f(x) > L$  για οποιοδήποτε αριθμό  $L$ .
- (vii) Εάν  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ .
- (viii) Εάν ο  $\nu$  είναι ακέραιος, τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^\nu) = +\infty$ .
- (ix) Εάν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  και  $g(x) > 0$  σε μια περιοχή του  $x_0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = +\infty$ .
- (x) Εάν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$  ή  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$ .

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

- (i) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (vi) του θέματος 1 (απόδειξη ή αντιπαράδειγμα).
- (ii) Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \frac{3\eta\mu x}{2 + \sigma\upsilon\nu x} \right)$ .