

Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Ηρακλείου
2ο Τεστ στις Συναρτήσεις
Δευτέρα, 15 Οκτωβρίου 2012

Θέμα 1^ο

- (i) Έστω μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι 1-1. Να δώσετε τον ορισμό της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} .
- (ii) Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1;

Θέμα 2^ο

Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (i) Μία αντιστρέψιμη στο \mathbb{R} συνάρτηση έχει ακριβώς μία ρίζα στο \mathbb{R} .
- (ii) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.
- (iii) Αν το σύνολο τιμών μίας πραγματικής συνάρτησης f είναι κλειστό διάστημα, τότε η f έχει ακρότατα.
- (iv) Μία συνάρτηση f λέγεται αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ , όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 \leq x_2$ ισχύει $f(x_1) \leq f(x_2)$.
- (v) Η συνάρτηση f που είναι γνησίως μονότονη και διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$, $B(\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- (vi) Αν το πεδίο ορισμού μίας συνάρτησης f είναι το $[\alpha, \beta]$ τότε η f παρουσιάζει μέγιστο στο $[\alpha, \beta]$.
- (vii) Μία συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- (viii) Η αντίστροφη της εκθετικής συνάρτησης $f(x) = a^x$, $0 < a \neq 1$ είναι η $g(x) = \log_a x$.
- (ix) Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 \in \Delta$, τότε υπάρχουν αριθμοί $\alpha, \beta \in \Delta$ με $\alpha < x_0 < \beta$, τέτοιοι ώστε στο διάστημα $(\alpha, x_0]$ η f είναι αύξουσα και στο $[x_0, \beta)$ η f είναι φθίνουσα.
- (x) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι αντιστρέψιμες και τέτοιες ώστε να ορίζεται η σύνθεση $f \circ g$ και $g^{-1} \circ f^{-1}$ τότε $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.
- (xi) Αν η συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη και για κάποιο σημείο $x_0 \in D_f \cap D_{f^{-1}}$ ισχύει $f(x_0) = x_0$, τότε θα ισχύει και $f^{-1}(x_0) = f(x_0)$.
- (xii) Για κάθε συνάρτηση f που ορίζεται σε ένα διάστημα Δ μπορούμε να βρούμε ένα «πολύ μικρό διάστημα» (όπως λέμε «αρκούντως μικρό»), στο οποίο αυτή να είναι γνησίως μονότονη.