

**Πρότυπο Πειραματικό Λύκειο Ηρακλείου**  
**Τεστ στο Μέτρο Μιγαδικού Αριθμού**  
Παρασκευή, 28 Σεπτεμβρίου 2012

Θέμα 1<sup>ο</sup>

- (i) Αν  $z_1, z_2$  δύο μιγαδικοί να δείξετε ότι  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ .
- (ii) Τι εκφράζει γεωμετρικά το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών αριθμών  $z_1$  και  $z_2$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- (iii) Τι παριστάνει η εξίσωση  $|z - z_0| = \rho$  όπου  $z_0$  σταθερός μιγαδικός αριθμός και  $\rho \in \mathbb{R}$ ;

Θέμα 2<sup>ο</sup>

Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (i) Εάν για τους μιγαδικούς  $z, w$  ισχύει  $|z| + |w| = 0$  τότε  $z = w = 0$ .
- (ii) Εάν  $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$  και  $|z_1| = |z_2|$  τότε  $z_1 = z_2$ .
- (iii) Ισχύει  $|z| \geq |Re(z)|$  για οποιονδήποτε μιγαδικό  $z \in \mathbb{C}$ .
- (iv) Αν ισχύει  $|z|^2 = z^2$  τότε  $z \in \mathbb{R}$ .
- (v) Οι εικόνες των μιγαδικών  $z$  που ικανοποιούν την εξίσωση
- $$|z - 1| + |z + 1| = 2$$
- κινούνται πάνω σε μία έλλειψη.
- (vi) Εάν  $|z| = 1$  τότε  $|z - 1|^2 = 2 - 2Re(z)$ .
- (vii) Εάν  $z_1$  είναι μιγαδική λύση της εξίσωσης  $\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$  με  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  και  $\alpha \neq 0$  τότε ισχύει  $\alpha |z_1|^2 = \gamma$ .
- (viii) Οι εικόνες των λύσεων της εξίσωσης
- $$|z - 4i| + |\bar{z} + 4i| = 2$$
- κινούνται πάνω σε ένα κύκλο.
- (ix) Ο θετικός ακέραιος  $\nu$  για τον οποίο ισχύει  $(1 - i)^\nu = 8$  είναι ο  $\nu = 6$ .
- (x) Εάν η εικόνα του μιγαδικού  $z$  κινείται στο μοναδιαίο κύκλο, τότε η εικόνα του μιγαδικού  $w = \frac{3z + 1}{z + 3}$  κινείται στον ίδιο κύκλο και η μέγιστη τιμή της απόστασής τους είναι το 2.